پیشنهاد (پروپوزال) انجام طرح پژوهشی

الف) کلیات طرح:

بسیاری از د ستگاههای فیزیکی به طور ذاتی در طبیعت غیرخطی هستند به همین جهت د ستگاه معادلات دیفرانسیل غیر خطی به‌ویژه عملگر های کسری ، مدل های مبتنی بر معادلات دیفرانسیل مرتبه توزیعی و متغیر برای مهندسین، فیزیکدانان و ریاضیدانان فوق العاده مورد توجه قرار گرفته است[۱, ۲]. یکی از مهمترین معادلات دیفرانسیل که در پدیده‌های فیزیکی مورده توجه بسیاری از محققین و دانشمندان قرار گرفته ، معادله پخش است [۵-۳] ،که به‌صورت

$$\frac{\partial}{\partial t}(u(x,t)) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}(u(x,t)) + f(x,t,u(x,t)), \qquad (۱)$$

تعریف می‌شود و عموما برای مدلسازی در بسیاری از فرآیندهای فیزیکی، مهندسی و علوم ریاضی مورده استفاده قرار می گیرد[۶, ۷]. در رابطه (۱) مجموعه جوابها را به صورت تحلیلی از طریق روشهایی به‌نام تبدیلات فوریه و لاپلاس می‌توان بدست آورد که مجموعه جوابها به صورت ترکیبی از توابع میتگ‌لفلر یک پارامتره و انتگرال فوریه سینوسی است که استفاده از این جوابها برای محاسبه جواب دقیق(به‌خصوص برای زمان‌های طولانی) با توجه به همگرایی پایین توابع میتگ-لفلر یک پارامتره کاری دشوار است به همین جهت استفاده از روش‌های عددی برای حل این معادلات بسیار مفید است.

در اکثر مدل‌هایی از معادله دیفرانسیل که در علوم ریاضی، فیزیک و مهندسی از مرتبه صحیح مورد بحث و بررسی قرار می گیرد رفتارهای غیرعادی(پخش و فوق پخش) این معادلات به طور دقیق توصیف نمی‌شود به همین دلیل از مدل معادله پخش-زمان کسری که باجایگذاری مشتق-زمان مرتبه اول با یک مشتق از مرتبه حقیقی (μ) بدست می‌آید، استفاده می‌شود و مدل معادله پخش-زمان کسری از مرتبه (μ) به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\frac{\partial^\mu}{\partial t^\mu}(u(x,t)) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}(u(x,t)) + f(x,t,u(x,t)). \qquad (۲)$$

هدف از این طرح تعمیم رابطه (۲) به عنوان مدل معادله پخش-زمان کسری از مرتبه توزیعی است و به صورت

$$\int_0^1 \omega(\mu)\, {}^{C}\mathbb{D}^{\gamma}_{\rho,\mu,\omega,0^+} u(x,t)\, d\mu = \frac{\partial^2}{\partial x^2}(u(x,t)) + f(x,t,u(x,t)) \qquad (۳)$$
$$(x,t) \in \Omega = (0,L)\times(0,T],$$

تحت شرایط مرزی و اولیه:

$$\begin{cases} u(x,0) = g(x) & x \in (0,L), \\ u(0,t) = \varphi_0(t), \quad u(L,t) = \varphi_L(t), & t \in (0,T], \end{cases} \qquad (۴)$$

معرفی می‌شودکه $\omega(\mu)\geq 0$ تابع وزن مرتبه کسری و $\int_0^1 \omega(\mu)d\mu=\beta>0$ و ${}^{C}\mathbb{D}^{\gamma}_{\rho,\mu,\omega,0^+}$ مشتق کسری کپوتو-پربهاکار است. این مشتق کسری از ساختار مشتق کسری ریمان-لیوویل[۸, ۹] تابعیت می کند با این تفاوت که به جای هسته این مشتق کسری از تابع میتگ-لفلر[۱] سه پارامتره که به عنوان تابع پربهاکار[۲] شناخته می‌شود، استفاده می‌شود[۱۰] و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$ {}^{C}\mathbb{D}^{\gamma}_{\rho,\mu,\omega,0^+}u(x,t_n)=\int_0^{t_n}(t_n-\zeta)^{-\mu}E^{-\gamma}_{\rho,1-\mu}(\omega(t_n-\zeta)^{\rho})\frac{\partial u}{\partial t}(x,\zeta)d\zeta. \quad (۵)$$

روش پیشنهادی در این طرح برای عملگرهای کسری مرتبه توزیعی با استفاده ازمشتق کپوتو-پربهاکار برای اولین بار صورت گرفته است و تاکنون با این مشتق مقالاتی به چاپ نرسیده است و در این طرح با به‌کاربردن الگوی حل معادله پخش-زمان کسری مرتبه توزیعی با استفاده از درونیابی خطی روش B-اسپلاین به بررسی حل معادله پخش زمان-کسری از مرتبه توزیعی

$$\int_0^1 \Gamma(3-\mu)\,{}^{C}\mathbb{D}^{\gamma}_{\rho,\mu,\omega,0^+}u(x,t)\,d\mu=\frac{\partial^2}{\partial x^2}(u(x,t))+2t^2+\frac{2tx(2-x)(t-1)}{\ln t}, \quad (۶)$$

تحت شرایط مرزی و اولیه:

$$\begin{cases} u(x,0)=0, & x\in(0,2),\\ u(0,t)=u(2,t)=0, & t\in(0,1]. \end{cases} \quad (۷)$$

پرداخته می‌شود. ایده کلی این طرح پیشنهادی برای حل رابطه (۳) بیش‌تر مشابه روش‌های عددی حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی است بدین شکل که ابتدا دامنه پیوسته مساله گسسته سازی می شود و سپس تابع مجهول یا مشتقات آن به وسیله تکنیکی عددی تقریب زده می شود. یکی از روش های عددی برای حل تقریبی معادلات دیفرانسیل روش درونیابی خطی B-اسپلاین است که کمتر مورده بحث و بررسی قرار گرفته و تا آنجای که ما آگاه هستیم هیچ روش عددی در این مورد گزارش نشده است. چندجمله‌ایهای درونیاب به سادگی قابل محاسبه‌اند و در بسیاری از موارد تقریب مناسبی می‌دهند. با افزایش تعداد نقاط درونیابی معمولاً درجه چندجمله‌ای درونیاب نیز بالا می‌رود. آن جا که چندجمله‌ایهای درجه‌ی بالا دارای رفتار نوسانی نسبتاً زیادی هستند، از نقطه نظر محاسباتی مطلوب نمی‌باشند. به علاوه، هر تغییر بر بخش کوچکی از نقاط درونیابی می‌تواند موجب تغییرات عمده بر تابع درونیاب شود. بدین ترتیب، کاربرد درونیابی چندجمله‌ای در تقریب بسیاری از توابع که در عمل به دست می‌آیند، محدود می‌شود. معرفی و بررسی روشهای مؤثر درونیابی توسط اسپلاینها و توابع پایه B- اسپلاین و شرح این توابع مورد نظر است. در این روشها بازه‌ی درونیابی را به گردایه‌ای از زیربازه‌ها تقسیم می کنند و (عموماً) بر هر زیر بازه یک چندجمله‌ای درونیاب مجزا می‌سازند. بنابراین نحوه اعمال روش B-اسپلاین برای حل معادلات دیفرانسیل بدین صورت است که ابتدا با گسسته سازی دامنه یک ساختار شبکه ای منظم به دست می آوریم و سپس مشتق توابع با آن روش تقریب زده می‌شود.ایده کلی برای حل رابطه (۳) در دو مرحله انجام می‌شود که در مرحله اول ابتدا مشتق تابع در رابطه (۵) با روش B-اسپلاین تقریب زده می‌شود و سپس با جایگذاری این تقریب در رابطه (۵)، مشتق کسری کپوتو-پربهاکار به صورت یک سری بر حسب تابع پربهاکار بدست می‌آید و در مرحله دوم انتگرال سمت چپ رابطه(۳)، با استفاده از روش نقطه میانی تقریب زده می‌شود که به صورت یک سری بر حسب مشتق کسری کپوتو-پربهاکاراست و در نهایت با جایگذاری مرحله اول در مرحله

[۱] Mittag–Leffler

[۲] Prabhakar

دوم تقریب مورده نظر بدست می‌آید. بنابراین در هر نقطه از شبکه با مقدار تابع یا مقدار مجهول سروکار داریم و در نهایت تقریب معادله دیفرانسیل ، به یک دستگاه معادلات تبدیل می شود که می توان آن را با یک الگوریتم مناسب حل کرد.

---

۱ ــ عنوان طرح: به فارسی: حل عددی برای معادله دیفرانسیل پخش زمان– کسری پرابهاکار از مرتبه توزیعی با استفاده از روش درونیابی خطی B–اسپلاین

به انگلیسی:

Numerical solution for distributed order time-fractional diffusion differential equation Using linear B-spline interpolation method

---

۲ـ مجری مسئول طرح: علیرضا انصاری

دانشکده مستقر: دانشکده ریاضی

نام و نام خانوادگی: علیرضا انصاری

مرتبه علمی و سمت: دانشیار

۳ـ اعتبار کل طرح: 10000000 ریال اعتبار معادل طرح (حق التحقیق، هزینه پرسنلی و مسافرت): 10000000 ریال

۴ـ زمان اجرای طرح به ماه: ۸ ماه شروع: ۹۸/۲/۱ خاتمه: ۹۸/۱۰/۱

۵ـ محل اجرای طرح : دانشکده ریاضی دانشگاه شهرکرد

۶ـ منابع تأمین کننده بودجه: گرنت

۷ـ مؤسساتی که با طرح همکاری خواهند داشت (نحوه همکاری):

۸ــ خلاصه طرح (حداکثر ۵ سطر):

روش های کلاسیک حل مسایل مقدار اولیه و مقدار مرزی در فیزیک و علوم مهندسی ریشه در کارهای فوریه دارد که بعدها با تلاش هویساید روی تکنیک‌های عملگری روش های تبدیل انتگرالی از اهمیت نظری زیادی برای ریاضیدانان برخوردار شد و این امکان به وجود آمد که برای مسایل علوم کاربردی به عنوان روشی کارا مطرح شود.

معادله پخش-زمان در حالت کلاسیک رفتارهای غیرعادی معادله را نشان نمی‌دهد به همین دلیل برای نشان دادن رفتارهای غیرعادی این معادله از معادله پخش-زمان کسری از مرتبه توزیعی که به عنوان تعمیمی از معادله پخش-زمان کسری است در این طرح مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.یکی از چالش‌های بزرگ در معادلات پخش-زمان کسری در بدست آوردن جواب‌های دقیق این معادلات به دلیل همگرایی پایین در زمان‌های طولانی است به همین جهت استفاده از روش‌های عددی برای حل این معادلات بسیار مفید است. استفاده از روش‌های عددی از جمله روش‌های تفاضلات متناهی و B-اسپلاین همواره مورد توجه و هدف بسیاری از پژوهش های بنیادین در ریاضیات، فیزیک و مهندسی بوده است. بنابراین برای حل

عددی معادله پخش-زمان کسری از مرتبه توزیعی با استفاده همزمان از روش نقطه میانی و B-اسپلاین جواب معادله کسری به صورت تقریبی بدست می‌آید.

ب) مشخصات مجری و همکاران طرح: محمدحسین درخشان

۱ـ مجری مسئول طرح:

الف) نام و نام خانوادگی: علیرضا انصاری مرتبه علمی: دانشیار نوع استخدام: رسمی

تاریخ استخدام :

محل خدمت : دانشگاه شهرکرد تلفن محل کار :

ب) نشانی منزل:

ج) به طور متوسط، چند ساعت در هفته به این پروژه اختصاص می دهید؟ ۱۰ ساعت در هفته

د) سایر طرح های در دست اجرا:

۱-

ه) مدارج تحصیلی و تخصصی (در حد کارشناسی و بالاتر):

ردیف	درجه تحصیلی/ تخصصی	رشته تحصیلی / تخصصی	مؤسسه ـ کشور	سال دریافت
۱	کارشناسی	ریاضی کاربردی	دانشگاه صنعتی اصفهان	۱۳۸۲
۲	کارشناسی ارشد	ریاضی کاربردی	دانشگاه گیلان	۱۳۸۴
۳	دکتری	ریاضی کاربردی	دانشگاه گیلان	۱۳۸۹

و ـ فعالیت‌های تحقیقاتی، پایان یافته، در حال اجرا و تألیفات در ارتباط با موضوع طرح:

۱-

۲- سایر مجریان طرح:

	نام و نام خانوادگی	درجه تحصیلی	رشته تحصیلی	مرتبه علمی	محل کار	میزان مشارکت مالی
اول						
دوم						
سوم						

۲ـ همکاران:

	نام و نام خانوادگی	درجه تحصیلی	رشته تحصیلی	مرتبه علمی	محل کار	نوع همکاری	میزان همکاری (ساعت)
اول	محمدحسین درخشان	دکتری	ریاضی کاربردی	-	-		۱۰ ساعت در هفته
دوم							
سوم							

ج) اطلاعات تفصیلی طرح:

مطالعه و بررسی معادلات دیفرانسیل از نوع کسری و به‌ویژه معادله پخش-زمان کسری از مرتبه توزیعی همواره مورد توجه بوده است. در سال های اخیر این گونه پژوهش ها در حوزه های دیگری غیر از ریاضی انجام شده است. اما بیشتر این نوع تحقیقات بر پایه روش های عددی استوار است. زیرا که یافتن جواب تحلیلی یک مساله با توجه به شروط مرزی آن اتفاق می افتد. در مساله ای که در پیش رو داریم، با توجه به همگرایی کند جوابها در زمانهای طولانی نمی توان فقط با استفاده از تبدیلات لاپلاس و فوریه جواب دقیق مساله را یافت. بنابراین نیازمند روش کارآمد در ادامه کار خواهیم بود. دراین روش که به روش درونیابی B-اسپلاین معروف است، تقریبی برای مشتق کسری کپوتو-پربهاکار بدست می‌آید. البته در این کار تحقیقاتی، برای عملگر کسری مرتبه توزیعی از روش نقطه میانی استفاده شده است.

۱ـ عنوان و نوع طرح پژوهشی

عنوان به فارسی: حل عددی برای معادله دیفرانسیل پخش زمان– کسری پربهاکار از مرتبه توزیعی با استفاده از روش درونیابی خطی B–اسپلاین

به انگلیسی :

Numerical solution for distributed order Prabhakar time-fractional diffusion differential equation Using linear B-spline interpolation method

نوع طرح : ■ بنیادی (گسترش مرزهای دانش) □ کاربردی (در چارچوب اولویت های پژوهشی/حل مسئله)

۲ـ تشریح جزئیات طرح:

معادلات دیفرانسیل جزئی و معمولی از نوع کسری به‌ویژه معادله پخش-زمان کسری از مرتبه توزیعی اخیرا در زمینه‌های مکانیک سیالات، کوانتوم، فیزیک، زیست‌شناسی، مهندسی و ... کاربردهای زیادی پیدا کرده‌اند. معادلات دیفرانسیل جزئی کسری در واقع تعمیم معادلات دیفرانسیل جزئی استاندارد است که در آن به جای مشتق معمولی از مشتق کسری استفاده شده است که این نوع تحقیقات بر پایه روش‌های عددی استوار است.

در تئوری تقریب مسائل مقدار مرزی و معادلات دیفرانسیل جزئی، تئوری توابع اسپلاین، زمانیکه حل عددی مورد نظر باشد میدان وسیعی را به خود اختصاص می دهد. در میان رده‌های مختلف اسپلاین‌ها، چند جمله ای اسپلاین اهمیت فراوانی دارد چون یک پایه از B- اسپلاین ها تشکیل می‌دهد که به آسانی قابل محاسبه هستند. این روش که در این طرح پیشنهاد شده است به روش درونیابی B-اسپلاین معروف است، که با استفاده از این روش، تقریبی برای مشتق کسری کپوتو-پربهاکار بدست می‌آید. البته در این کار تحقیقاتی، برای عملگر کسری مرتبه توزیعی از روش نقطه میانی استفاده شده است.

تعریف مسئله:

فرضیات:

۱. به‌کار بردن رویکرد ترکیبی برای حل عددی معادله دیفرانسیل پخش زمان-کسری پرابهاکاربا استفاده از روش درونیابی خطی B-اسپلاین و نقطه میانی باعث کاهش خطا و افزایش دقت می‌شود،

۲. روش درونیابی خطی B-اسپلاین و نقطه میانی برای حل عددی معادله دیفرانسیل پخش زمان-کسری پرابهاکارباعث افزایش سرعت همگرایی آن نسبت به سایرروشها می‌شود.

اهداف اصلی:

۱. بدست آوردن جواب تقریبی یا عددی برای معادله دیفرانسیل پخش زمان- کسری پرابهاکار از مرتبه توزیعی با استفاده از روش درونیابی خطی B-اسپلاین و نقطه میانی ،

۲. بررسی همگرایی، رشدخطا و دقت.

روش و تکنیک‌های اجرایی: استفاده همزمان از روش درونیابی خطی B-اسپلاین و نقطه میانی.

منابع:

[1]. Zacher, R.J.F.D.E., *Time fractional diffusion equations: solution concepts, regularity, and long-time behavior*. 2019: p. 159.

[2]. Abuasad, S., et al., *Modified Fractional Reduced Differential Transform Method for the Solution of Multiterm Time-Fractional Diffusion Equations.* 2019. **2019**.

[3]. Li, Y., et al., *Time-fractional diffusion equation for signal smoothing.* 2018. **326**: p. 108-116.

[4]. Feng, L., et al., *Unstructured mesh finite difference/finite element method for the 2D time-space Riesz fractional diffusion equation on irregular convex domains.* 2018. **59**: p. 441-463.

[5]. Baseri, A., et al., *A collocation method for fractional diffusion equation in a long time with Chebyshev functions.* 2018. **322**: p. 55-65.

[6]. Li, Z., M.J.F.C. Yamamoto, and A. Analysis, *Unique continuation principle for the one-dimensional time-fractional diffusion equation.* 2019. **22**(3): p. 644-657.

[7]. Arqub, O.A. and N.J.J.o.P.M. Shawagfeh, *Application of reproducing kernel algorithm for solving Dirichlet time-fractional diffusion-Gordon types equations in porous media.* 2019. **22**(4).

[8]. Kilbas, A.A.A., H.M. Srivastava, and J.J. Trujillo, *Theory and applications of fractional differential equations*. Vol. 204. 2006: Elsevier Science Limited.

[9]. Podlubny, I., *Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications*. Vol. 198. 1998: Elsevier.

[10]. Garra, R., R.J.C.i.N.S. Garrappa, and N. Simulation, *The Prabhakar or three parameter Mittag–Leffler function: Theory and application.* 2018. **56**: p. 314-329.

[11]. Moghaddam, B., J.T. Machado, and M.J.A.N.M. Morgado, *Numerical approach for a class of distributed order time fractional partial differential equations.* 2019. **136**: p. 152-162.

[12]. Zaky, M.A.J.C. and A. Mathematics, *A Legendre spectral quadrature tau method for the multi-term time-fractional diffusion equations.* 2018. **37**(3): p. 3525-3538.

[13]. Fan, W. and F.J.A.M.L. Liu, *A numerical method for solving the two-dimensional distributed order space-fractional diffusion equation on an irregular convex domain.* 2018. **77**: p. 114-121.

[14]. Abdelkawy, M., et al., *Shifted fractional Jacobi spectral algorithm for solving distributed order time-fractional reaction–diffusion equations.* 2019. **38**(2): p. 81.

۳ــ کلمات کلیدی:

Partial Fractional Differential Equations; Linear B-spline interpolation method; Midpoint quadrature rule; Prabhakar Functions; Distributed order time-fractional diffusion equation.

توضیحات:

ـــ طرح بنیادی، پژوهشی است که عمدتاً در جهت گسترش مرزهای دانش بدون در نظر گرفتن استفاده عملی خاص برای کاربرد آن انجام می‌گیرد. اگرچه ممکن است این کاربرد در آینده تعریف شود.

ـ طرح کاربردی، پژوهشی است که استفاده عملی خاص برای نتایج حاصل از آن در نظر گرفته می‌شود و غالباً جنبه تجربی دارد.

۴ـ سایر توضیحات لازم:

۱ـ۴ـ دلایل ضرورت و توجیه انجام طرح:

جواب یک مساله کاربردی فیزیکی و ارائه روش هایی که بتواند یک مساله مهندسی و فیزیکی را توجیه و آن را به شکل تحلیلی مورد بررسی قرار دهد، چالش برانگیز بوده و می تواند باعث مطرح شده مسائل بسیاری در این زمینه گردد. استفاده از روش درونیابی خطی B-اسپلاین و نقطه میانی همواره ذهن محققین را به خود مشغول کرده است. تحقیق جاری ما، در مورد عملگر کسری از مرتبه توزیعی و روش ارائه جواب آن است.

۲ـ ۴ـ نتایج طرح پاسخگوی کدامیک از نیازهای علمی ـ صنعتی جامعه می‌باشد؟

طرح این مساله و روش حل آن در فیزیک ، مدلسازی در علوم ریاضی، مهندسی و پردازش تصویر پزشکی کاربرد فراوان دارد. اکثر پدیده های فیزیکی به صورت معادلات خطی و غیرخطی بیان می شوند و این نیاز به استفاده از روش عددی برای نشان دادن جواب دقیق آن پدیده فیزیکی است. بنابراین، مطرح کردن این روش حل می تواند کمک فراوانی به حل این قبیل مسائل در آینده نماید.

۳ـ ۴ـ چه مؤسساتی می‌توانند از نتایج طرح استفاده نمایند؟ (در صورت نیاز توضیح دهید)

پژوهشکده های پزشکی، فیزیک، مکانیک که پدیده های طبیعی را پژوهش و بررسی می کنند.

۴ـ۴ـ سابقه علمی طرح و پژوهش‌های انجام شده با ذکر مأخذ به ویژه در ایران؟

طرح و پژوهش‌های انجام شده در ایران

۱. مقدم و همکاران در سال ۲۰۱۹ پژوهشی با عنوان " یک تقریب عددی برای رده‌ای از معادلات دیفرانسیل جزئی کسری-زمان" ارائه کردند که در این پژوهش ابتدا معادله دیفرانسیل پخش کسری زمان شامل مشتق کسری کپوتو معرفی می‌شود و سپس با استفاده از روش درونیابی خطی B-اسپلاین یک تقریب عددی برای آن بدست آورده می‌شود[۱۱].

۲. پارسایی‌تبار و همکاران در سال ۱۳۹۰ پژوهشی با عنوان " حل رده‌ای از معادلات دیفرانسیل معمولی به روش B-اسپلاین" ارائه کردند که در این پژوهش به حل عددی رده ای از مسائل مقدار مرزی تکین خطی و غیرخطی، دستگاه مسائل مقدار مرزی مرتبه دوم خطی و مسائل مقدار اولیه تکین خطی و غیرخطی با استفاده از توابع B-اسپلاین درجه ۳ می‌پردازند. در این پژوهش در نقطه تکین ابتدا معادلات را تغییر داده وسپس با استفاده از روش B-اسپلاین به حل آن پرداخته می‌شود. در مسائل غیرخطی با استفاده از روش شبه خطی سازی ابتدا مساله را خطی کرده ومساله بدست آمده با روش B-اسپلاین حل می‌شود.

۳. اسکندرزاده و همکاران در سال ۱۳۹۴ پژوهشی با عنوان " B-اسپلاین‌های هارمونیک " ارائه کردند که در این پژوهش به به تعمیم B-اسپلاین ها ی معمولی یک بعدی به B-اسپلاین ها ی هارمونیک روی شبکه منظم پرداخته می شود.

۴. بومری و همکاران در سال ۱۳۹۵ پژوهشی با عنوان " منحنی‌ها و سطوح بزیر و B-اسپلاین و کاربرد آنها در طراحی با کامپیوتر " ارائه کردند که در این پژوهش به بررسی منحنی‌های B-اسپلاین پرداخته می‌شود که این منحنی‌ها ابزار قدرتمندی در طراحی بوده و از این منحنی‌ها در CAD و CAGD بسیار استفاده شده و یکی از پرکاربردترین منحنی‌ها در پردازش تصویر می‌باشد. در این پژوهش برای معرفی این منحنی‌ها، ابتدا چندجمله‌ای‌های پایه‌ای برنشتاین به همراه خواص آن‌ها بیان می‌شود و در نهایت هم منحنی‌های B-اسپلاین را که به عنوان تعمیم مناسبی از منحنی‌های بزیر بوده و برای رفع مشکلات این منحنی‌هاست، با استفاده از توابع پایه‌ای B-اسپلاین معرفی می‌شود.

طرح و پژوهش‌های انجام شده در خارج از ایران

۱. زکی[۳] و همکاران در سال ۲۰۱۸ پژوهشی با عنوان" یک روش تاو چهارگانه طیفی لژاندر برای معادلات پخش کسری چند زمانه" ارائه کردند که در این پژوهش به برر سی یک تقریب عددی برای معادلات انتشار چندزمانه با ا ستفاده از روش تاو چهارگانه طیفی لژاندر پرداخته می‌شود و همچنین در این پژوهش به بررسی خطا و همگرایی جوابها هم بررسی می‌شود[۱۲].

۲. فان و همکاران در سال ۲۰۱۸ پژوهشی با عنوان" یک روش عددی برای حل معادله پخش مرتبه توزیعی کسری روی فضای دو بعدی در یک دامنه محدب نامنظم" ارائه کردند که در این پژوهش ابتدا معادله پخش معرفی می‌شود و در نهایت از روش المان محدود با ا ستفاده از مش بدون ساختار سازگار با دامنه نامنظم برای حل این معادله معرفی شده استفاده می‌شود[۱۳].

۳. عبدالکوی[۴] و همکاران در سال ۲۰۱۹ پژوهشی با عنوان" الگوریتم طیف ژاکوبی کسری تعمیم‌یافته برای حل معادلات پخش-واکنش کسری-زمان از مرتبه توزیعی "ارائه کردند که در این پژوهش ابتدا معادله پخش-کسری زمانی از مرتبه توزیعی معرفی می‌شود و سپس با استفاده از روش طیفی ژاکوبی جواب‌های این نوع معادلات بدست آورده می‌شود[۱۴].

۵ ـ۴ ـ آیا پیشنهاد طرح پژوهشی حاضر ارتباطی با پایان نامه های تحصیلات تکمیلی کارشناسی ارشد/دکتری که با راهنمایی جنابعالی انجام پذیرفته / در حال انجام است دارد؟ بلی ☐ خیر ■

در صورت مثبت بودن پاسخ، ضمن ذکر عنوان پایان‌نامه های مربوطه لطفاً میزان انطباق را مشخص فرمائید.

---

[۳] Zaky

[۴] Abdelkawy

۵ـ زمان بندی

مدت زمان لازم برای اجرای طرح (به ماه): تاریخ شروع: تاریخ خاتمه: مدت زمان:

جدول مراحل اجرای پروژه و پیش بینی زمان هر مرحله:

	شرح مختصر مراحل	جدول زمانی به ماه																																		ملاحظات*
		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	
۱	تهیه مطالب مقدماتی							❊																													
۲	یافتن شرایط برقراری حکم مورد نظر								❊																												
۳	نتیجه‌گیری نهایی								❊																												
٤	جمع آوری کارهای انجام شده و نوشتن طرح								❊																												
	جمع								❊																												

توضیحات:

* ـ برای شرایط خاص دلایل توجیهی باید ذکر شود.

۶ـ برای این طرح از سازمانهای دیگر نیز درخواست اعتبار شده است؟ ☐ بلی ■ خیر
در صورت مثبت بودن جواب لطفاً نام سازمان، نوع و میزان همکاری را مرقوم فرمایند؟

۷ـ هزینه پرسنلی پیش بینی شده با ذکر مشخصات کامل، میزان اشتغال و حق‌الزحمه:

نوع مسئولیت	میزان ساعت کار	حق‌التحقیق* و حق‌الزحمه به ساعت	جمع کل
مجری مسئول	۳۰۰	پنج میلیون ریال	پنج میلیون ریال
سایر مجریان			
سایر مجریان			
سایر همکاران	۳۰۰	پنج میلیون ریال	پنج میلیون ریال
سایر همکاران			
سایر همکاران			
جمع	۶۰۰	ده میلیون ریال	ده میلیون ریال

توضیحات:

*ـــ بر اساس حداکثر تا میزان مقرر در آئین نامه مصوب هیأت وزیران مورد عمل در دانشگاه و مؤسسات آموزش عالی محاسبه و پرداخت خواهد شد.

۸ـ فهرست وسائل و مواد مورد نیاز طرح که می‌باید از اعتبار طرح از داخل یا خارج کشور خریداری شود:

نام دستگاه/ مواد	شرکت دارنده و یا فروشنده	کشور سازنده	مصرفی یا غیر مصرفی	آیا در ایران موجود است	تعداد/مقدار	قیمت ریال یا ارز	قیمت کل ریال یا ارز	در چه مرحله از طرح مورد نیاز است؟
–	–	–	–	–	–	–	–	–
جمع هزینه‌های وسایل و مواد							به ریال	
جمع هزینه‌های وسایل و مواد							به دلار	

توضیحات:

ـ در صورتی که این مواد و یا دستگاه در ایران موجود باشد دلایل انتخاب نوع خارجی را ذکر نمایید.

ـ در صورتی که مواد و یا دستگاهها در دانشکده ها و یا مراکز تحقیقاتی دانشگاه جهت بهره‌گیری در دسترس باشد، دلایل خرید آنرا مشخص کنید.

۱۰- پیش بینی هزینه مسافرت داخل (در صورت لزوم)

مقصد	تعداد مسافرت در مدت اجرای طرح و منظور آن	نوع وسیله نقلیه	تعداد افراد	هزینه به ریال
–	–	–	–	–
جمع هزینه‌های مسافرت				

۱۱ـ هزینه‌های دیگر مربوط به طرح

۱ـ ۱۱ـ هزینه‌های چاپ و تکثیر ریال

۲ ـ۱۱ـ هزینه‌های تهیه نشریات و کتب لازم ریال

۳ ـ۱۱ـ سایر هزینه‌ها (لطفاً نام ببرید) پیش بینی نشده ریال

جمع هزینه‌های دیگر ریال

۱۲ـ کل اعتبار طرح

جمع هزینه‌ها	ریال	ارز
جمع هزینه‌های پرسنلی		
جمع هزینه‌های وسایل و مواد		
جمع هزینه‌های مسافرت		
جمع هزینه‌های دیگر		
جمع هزینه‌های سالانه		
جمع کل هزینه‌های طرح ریال	ارزی	دلار
	ریالی	ریال

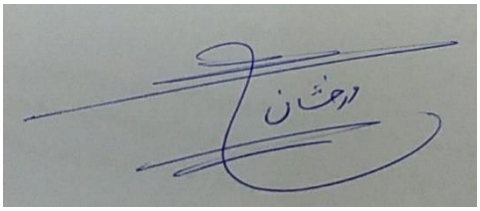
مبلغی که از منابع دیگر کمک خواهد شد و نحوه مصرف آن:

نام و امضاء مجری مسئول طرح: **علیرضا انصاری** امضاء تاریخ:

نام و امضاء مجری (اول) طرح: امضاء تاریخ:

نام و امضاء مجری (دوم) طرح: امضاء تاریخ:

نام و امضاء همکار طرح: **محمدحسین درخشان** امضاء تاریخ: ۹۸/۰۶/۰۲۶



نام و امضاء همکار طرح: امضاء تاریخ: